**STG - Polynésie juin 2012 Correction**

**Exercice 1 4 points**

1. L’équation ln(2*x* + 3) = 0 admet comme solution dans l’intervalle ⎤⎦⎡⎣ :

a. ~~~~  b. −1 c. ~~ln(3)~~ d. ~~~~

Car ln(2*x* + 3) = 0 ln(2*x* +3) = ln(1) 2*x* + 3 = 1 *x* = −1

2. Un capital de 500 € est placé sur un compte à intérêts composés avec un taux annuel de 3%.

Le montant du compte dépassera le double du montant initial pour la 1re fois au bout de :

1. 24 années b. ~~6 années~~ c. ~~34 années~~ d. ~~12 années~~

Car le capital après un placement de *n* années vaut 500 × 1,03*n*. Celui-ci doit être égal à 2 × 500. On résout donc 1,03*n* = 2.

3. Soit une suite arithmétique (*un*) de premier terme *u*0 = 0 et de raison *r* = 3, alors *u*50 vaut :

a. ~~151~~  b. 150 c. ~~50~~~~3~~ d. ~~350~~

Car le terme général d’une suite arithmétique est *un* = *u*0 + *nr*  donc *u*50 = 0 + 50 × 3 = 150

4. Soit une suite (*un*) définie par : *u*0 = 1 et pour tout entier naturel *n*, *n*  1, *un*+1 = 2*un* − 2.

La suite (*un*) est une suite :

a. ~~constante~~  b. ~~arithmétique~~ c. ~~géométrique~~ d. ni arithmétique, ni géométrique

Car *u*1 = 2 − 2 = 0 *u*2 = −2, *u*1 *u*0 donc non constante, *u*2 − *u*1 *u*1 – *u* 0 non arithmétique, *u*1 = 0 elle ne peut être géométrique car tous les termes suivants de la suite seraient alors nuls.

**Exercice 2 5 points**

**Partie 1**

1. À l’aide de la calculatrice, une équation de la droite, (D), d’ajustement de *y* en *x* de la série (*xi* ; *yi*) obtenue par la méthode des moindres carrés est *y* = − 4,62*x* + 298,17.

2. a. Voir annexe

 b. En 2013, *x* = 14, remplaçons *x* par sa valeur dans l’équation de la droite *y* = −4,6 × 14 + 298 = 233,6.

Avec ce modèle, le nombre de mariages que l’on peut prévoir en France métropolitaine pour l’année 2013 est de 233,6 milliers.

**Partie 2**

1. La ligne 4 du tableau précédent donne les taux d’évolution annuels du nombre de mariages célébrés. Une formule entrée dans la cellule C4, puis copiée sur la plage C4 : K4, est :

« =(C3-B3)/B3 » ou « =(C$3-B$3)/B$3 » ou «  =C3/B3-1 » ou « =C$3/B$3-1 »

2. a. Si l’on appelle T le taux global d’évolution, T = ≈ − 0,1126.

Le taux global d’évolution entre 2005 et 2009 est d’environ −11,3%.

b. Entre 2005 et 2009, le nombre de mariages a subi 4 évolutions. En 2009, le nombre de mariages de 2005

a été multiplié par 1 + T d’une part ou par (1 + *tm*)4 d’autre part, *tm* désignant le taux moyen d’évolution.

Donc (1 + *tm*)4 = 0,887 d’où *tm* = (0,887)1/4 − 1 ≈ − 0,02953

Le taux d’évolution annuel moyen du nombre de mariages célébrés en France entre 2005 et 2009 à 0,1%

près est 3%.

**Exercice 3 5 points**

1. La probabilité que le test soit positif sachant que l’individu n’est pas malade est définie par *pM**T*.

Puisque lorsqu’un individu est sain, le test est positif dans 2% des cas, nous avons donc *p*(*T*) = 0,02

1. L’arbre de probabilités lié à la situation est le suivant :



3. Calculons la probabilité de l’événement « l’individu est atteint par la maladie et le test est positif » noté M ∩ T.

*p*(M ∩ T) = 0,002 × 0,95 = 0,0019

4. *p*(T) = *p*(M ∩ T) + *p*( ∩ T) = 0,0019 + 0,998 × 0,02 = 0,0019 + 0,01996 = 0,02186

D’après la formule de probabilité totale car *M* et forment une partition de l’univers.

Par conséquent, elle est environ égale à 0,021 9.

5. *p*T(M) = = ≈ 0,0868

6. Si le test est positif, la probabilité que l’individu soit malade est 0,086 8, par conséquent le test n’est pas fiable.

**Exercice 4 6 points**

1. *f* (0) = 400e0 = 400. Ce nombre pour l’entreprise représente les coûts fixes.

Chaque objet est vendu 15 € et l’on suppose que tous les objets produits sont vendus.

2. a. 50 × 15 = 750 ; la recette est alors de 750 €.

 b. La recette, en euros, générée par la vente de *x* objets est 15 × *x*. Par conséquent R(*x*) = 15*x*.

3. On appelle intervalle de rentabilité l’intervalle des quantités d’objets vendus pour lesquelles l’entreprise réalise un profit.

L’intervalle de rentabilité est l’intervalle pour lequel la courbe des recettes est « au-dessus » de la courbe des coûts. Avec la précision du graphique, nous lisons [40 ; 202]

4. a. B(*x*) = R(*x*) − *f* (*x*) = 15*x* − 400e0,01*x* .

 b. On admet que la fonction B est dérivable sur l’intervalle [0 ; 220] et l’on note B′ sa fonction dérivée.

B′(*x*) = 151 – 400 × (0,01e0,01*x*) = 15 − 4e0,01*x* .

5. Puisque la fonction B admet un maximum en α, il est tel que B′(α)= 0.

15 − 4e0,01*x* = 0 e0,01*x* = ln e0,01*x* = ln 0,01*x* = ln 15 – ln 4 *x* = 100(ln15 − 2ln2)

Une valeur approchée de α à 0,1 près est 132,2.

Le nombre d’objets que l’entreprise doit fabriquer est nécessairement un nombre entier.

Or B(132) ≈ 482,63 B(133) ≈ 482,58

L’entreprise devra fabriquer 132 objets pour obtenir un bénéfice maximal.

**ANNEXE**

**À rendre avec la copie**

**EXERCICE 2**

